

## **Resumen de cambios al contenido de la materia de Cálculo IV**

- 1.- Total de cambios: 40%
- 2.- Se detallaron los temas a impartir en el primero y segundo capítulos, especialmente el repaso de números complejos, se hicieron explícitos algunos subtemas como: la función de variable compleja como mapeo entre dos planos, las funciones componentes, condiciones necesarias y suficientes para la derivabilidad de funciones complejas.
- 3.- Se incorporó el tema de progresiones y sucesiones previo al de series.
- 4.- Se incorporaron los temas de funciones típicas en el análisis de Laplace, tales como función escalón, pulso e impulso.
- 5.- Se eliminó la duplicidad de propiedades de la Transformada directa e inversa de Laplace. (en el programa anterior se veían por separado, pero se trata de la misma propiedad).
- 6.- Se eliminaron todos los temas de aplicación a circuitos, ya que es un tema que no es prerequisite de la materia.
- 7.- Se detallaron los temas del análisis de Fourier, haciendo mayor énfasis en las definiciones iniciales, tales como función periódica, periodo fundamental, frecuencia fundamental, frecuencia en Hertz, frecuencia angular, Funciones sinusoidales, Amplitud, frecuencia y fase.
- 8.- Se agregaron temas importantes para la aplicación del análisis de Fourier, tales como: Teorema de Parseval, Teorema de Rayleigh, densidad espectral de energía y autocorrelación.

Nombre de la materia:	<b>CÁLCULO IV</b>
Clave:	<b>CB0003-T</b>
No. De horas /semana :	<b>5</b>
Duración semanas:	<b>16</b>
Total de Horas :	<b>80</b>
No. De créditos :	<b>10</b>
Prerrequisitos :	<b>CB0002-T (Cálculo III)</b>

**Objetivo:**

- 1) Introducir al estudiante a los conceptos básicos de la teoría de las funciones de variable compleja, revisar los conceptos de límite, continuidad, derivada e integral para este tipo de funciones, introducir el concepto de función analítica, el desarrollo en serie de Laurent y el teorema de los residuos y su importancia en la teoría de integración de funciones complejas.
- 2) Se dará una introducción a la Transformación de Laplace, sus propiedades, el uso de las Tablas de Transformadas de Laplace y su aplicación a la solución de ecuaciones diferenciales.
- 3) También se darán las bases del análisis de Fourier para señales continuas en el caso periódico y en el caso no periódico.

**Contenido**

1. Elementos de la Teoría de Variable Compleja. ....	20 hrs.
2. Integración en el plano complejo .....	20 hrs.
3. Serie de Laurent y teorema de los residuos .....	12 hrs.
4. Transformada de Laplace. ....	14 hrs.
5. Introducción al análisis de Fourier. ....	10 hrs.
Exámenes parciales. ....	4 hrs.
	Total ..... 80

hrs.

**Bibliografía:**

**Texto principal:**

1. Matemáticas Avanzadas para Ingeniería. Tomos I y II  
Erwin Kreyszig Ed. Limusa Wiley

**Textos de Consulta:**

2. Matemáticas Avanzadas para Ingeniería 2, Cálculo Vectorial, Análisis de Fourier y Análisis Complejo  
Dennis G.Zill, Jacqueline M. Dewae Ed. Mc Graw Hill
3. Matemáticas avanzadas para ingeniería

Glyn James                      Ed. Prentice Hall

4. Variable Compleja y Aplicaciones  
James Ward Brown, Ruel V. Churchill,                      Ed. Mc Graw Hill

5. Matemáticas Avanzadas para Ingeniería y Ciencias  
Murray R. Spiegel                      Mc Graw Hill

6. Análisis de Fourier  
Murray R. Spiegel                      Mc Graw Hill

7. Variable Compleja  
Murray R. Spiegel                      Mc Graw Hill

## **Programa Desarrollado**

### **1. Elementos de la Teoría de Variable Compleja. (20 horas)**

- 1.1. Repaso de números complejos
  - 1.1.1. Formas de representación de números complejos: rectangular, polar, par ordenado, forma gráfica, vectorial y forma exponencial.
  - 1.1.2. Conversión de rectangular a polar
  - 1.1.3. Conversión de polar a rectangular y corrección en el segundo y tercer cuadrantes.
  - 1.1.4. Operaciones elementales con números complejos (suma, resta, multiplicación y división de números complejos)
  - 1.1.5. El argumento y el argumento principal de un número complejo
  - 1.1.6. El complejo conjugado y sus propiedades
  - 1.1.7. El módulo o magnitud de un número complejo y sus propiedades
  - 1.1.8. Potencias y raíces de números complejos
- 1.2. Desigualdades y regiones en el plano complejo
- 1.3. Funciones de una variable compleja
  - 1.3.1. Funciones componentes
  - 1.3.2. Función de variable compleja como transformación o mapeo entre dos planos
- 1.4. Límites y continuidad de una función compleja
- 1.5. Derivada y derivabilidad de una función compleja
- 1.6. Condiciones necesarias para la derivabilidad de una función compleja y ecuaciones de Cauchy Riemann.
  - 1.6.1. Condiciones suficientes para la derivabilidad.
- 1.7. Funciones analíticas y puntos singulares.
- 1.8. Funciones Armónicas y la ecuación de Laplace.
- 1.9. Funciones exponenciales y logarítmicas
- 1.10. Funciones trigonométricas .
- 1.11. Funciones hiperbólicas.

### **Primer examen parcial (1 Hora).**

### **2. Integración en el plano complejo. (20 horas)**

- 2.1. Integrales de línea o de camino
  - 2.1.1. Definición de camino o arco suave a trozos .
  - 2.1.2. Caminos y su parametrización.
  - 2.1.3. Definición de integral de camino o de línea y sus propiedades básicas.
  - 2.1.4. Ejemplos de integración de funciones a lo largo de caminos abiertos y cerrados.

- 2.2. Independencia de la trayectoria y primitivas
- 2.3. El teorema de Cauchy-Goursat
  - 2.3.1. Dominios simple y múltiplemente conexos
  - 2.3.2. El principio de deformación de caminos.
- 2.4. Fórmulas integrales de Cauchy

### **3. Serie de Laurent y teorema de los residuos. (10 horas)**

- 3.1. Sucesiones y series
  - 3.1.1. Progresiones o sucesiones, término general, convergencia de una sucesión
  - 3.1.2. Series, sucesión de sumas parciales, convergencia de una serie.
  - 3.1.3. Ejemplos de sucesiones y series típicas (aritmética, geométrica, armónica y otras)
  - 3.1.4. Serie geométrica y su convergencia
  - 3.1.5. Expansión en serie de  $1/(1-z)$ .
- 3.2. Series de Taylor y Maclaurin y su región de convergencia.
- 3.3. Series de Laurent y su región de convergencia.
- 3.4. Definición de ceros, polos y residuos
- 3.5. Teorema de los residuos.

### **Segundo examen parcial (1 Hora).**

### **4. Transformada de Laplace. (14 horas )**

- 4.1. Origen de la transformación de Laplace
- 4.2. Definición de la Transformada de Laplace bilateral y unilateral de una función de variable real.
- 4.3. Cálculo de transformadas de Laplace mediante la definición.
- 4.4. Ejemplos de funciones típicas y su transformada. La función escalón, la función rampa.
- 4.5. Propiedades de la Transformada de Laplace
  - 4.5.1. Propiedad de Linealidad
  - 4.5.2. Primera propiedad de traslación (traslación o corrimiento real).
    - 4.5.2.1. La función escalón con corrimiento y su transformada
    - 4.5.2.2. La función pulso y su transformada
    - 4.5.2.3. La función Impulso Unitario o Delta de Dirac y su transformada
  - 4.5.3. Segunda propiedad de traslación (traslación o corrimiento complejo)
  - 4.5.4. Transformada de la derivada y de la derivada múltiple
  - 4.5.5. Transformada de la integral
  - 4.5.6. Teorema del valor final
  - 4.5.7. Teorema del valor inicial
  - 4.5.8. Propiedad de cambio de escala.
- 4.6. La convolución y su transformada de Laplace
- 4.7. La transformada inversa de Laplace
  - 4.7.1. La fórmula de inversión
  - 4.7.2. Propiedades de la Transformada inversa de Laplace
  - 4.7.3. Cálculo de la transformada inversa mediante el uso de Tablas y expansión en fracciones parciales.
- 4.8. Solución de ecuaciones integro-diferenciales por medio de transformada de Laplace.

### **5. Introducción al análisis de Fourier. ( 10 horas)**

- 5.1. Funciones y señales periódicas.

- 5.1.1. Definiciones. Función periódica, periodo fundamental, frecuencia fundamental, frecuencia en Hertz, frecuencia angular
- 5.1.2. Funciones sinusoidales, Amplitud, frecuencia y fase.
- 5.2. Funciones ortogonales, ortogonalidad de funciones sinusoidales.
- 5.3. Series de Fourier en su forma trigonométrica para una señal de periodo arbitrario T.
  - 5.3.1. Coeficientes de Fourier y su obtención
  - 5.3.2. Valor promedio y componente de CD, componentes armónicas.
- 5.4. Series de Fourier en su forma exponencial compleja, espectro de frecuencia discreto.
- 5.5. Simetrías par e impar y serie de Fourier de señales simétricas
- 5.6. De la Serie a la Integral de Fourier
- 5.7. Formas equivalentes de la integral de Fourier
- 5.8. La transformada de Fourier.
- 5.9. Propiedades de la transformada de Fourier.
- 5.10. Transformada de Fourier para algunas funciones del tiempo simples. Espectro de frecuencia continuo.
- 5.11. La función rect, la función sinc y la función sinc normalizada
- 5.12. Relación entre la transformada de Laplace y la transformada de Fourier.
- 5.13. Teoremas de Parseval y de Rayleigh.
- 5.14. Condiciones de existencia de la Transformada de Fourier.
- 5.15. Señales de energía finita y de potencia finita.
- 5.16. La densidad espectral de energía y de potencia.
- 5.17. La autocorrelación y la densidad espectral de energía.

### **Tercer examen parcial (2 Horas)**

#### **Metodología de enseñanza-aprendizaje:**

Revisión de conceptos, análisis y solución de problemas en clase:	( X )
Lectura de material fuera de clase:	( X )
Ejercicios fuera de clase (tareas):	( X )
Investigación documental:	( )
Elaboración de reportes técnicos o proyectos:	( )
Prácticas de laboratorio en una materia asociada:	( X )
Visitas a la industria:	( )
Uso de una herramienta computacional de cálculo simbólico	( )

**Propuesta:** Junio de 2015.  
José Juan Rincón Pasaye.